

# INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HUNEDOARA

## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 7 februarie 2025

### Clasa a VIII-a - Barem

1.	a)	Din $a \cdot b = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$ și $a + b = 1 + \sqrt{6} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .....4p
	b)	Dacă, prin absurd, $a \in \mathbb{Q}$ , cum $a \cdot b = \frac{1}{2}$ , obținem că $b \in \mathbb{Q}$ , deci $a + b \in \mathbb{Q}$ , contradicție. ....3p
2.	a)	$\sqrt{n^2 + 5n + 2}$ natural dacă $n^2 + 5n + 2$ este pătrat perfect. .... 1p Cum $(n+1)^2 < n^2 + 5n + 2 < (n+3)^2$ , obținem $n^2 + 5n + 2 = (n+2)^2$ , deci $n = 2$ . ....2p Avem $-1 \leq 4x^2 - 4x < 0$ sau echivalent $0 \leq (2x-1)^2 < 1$ .....2p
	b)	Atunci $ 2x-1  < 1$ , deci $x \in (0,1)$ . ....2p
3.	a)	Fie $F$ mijlocul segmentului $AD'$ . Atunci $EF$ linie mijlocie în $\triangle ABD'$ deci $EF \parallel BD'$ . Cum $EF \subset (A'ED)$ , va rezulta $BD' \parallel (A'ED)$ . .... 3p
	b)	$\triangle A'C'D$ echilateral, $C'F$ mediană $\Rightarrow C'F$ înălțime, deci $C'F \perp A'D$ . .... 1p Fie $AB = a \Rightarrow C'F = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ , $EF = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ , $C'E = \frac{3a}{2}$ . .... 1p Folosind reciproca teoremei lui Pitagora în $\triangle C'EF \Rightarrow C'F \perp FE$ ..... 1p $C'F \perp A'D, C'F \perp FE \Rightarrow C'F \perp (A'ED)$ . .... 1p
4.	a)	Verificare. .... 3p
	b)	Din a) obținem $\frac{n + \sqrt{3} - \sqrt{n+3}}{2} = \frac{17 + \sqrt{3}}{2}$ , deci $n - 17 = \sqrt{n+3}$ . .... 2p Atunci $n^2 - 35n + 286 = 0 \Leftrightarrow (n-13)(n-22) = 0$ , de unde rezultă $n = 22$ ..... 2p

### NOTĂ

- Orice altă rezolvare se punctează corespunzător.